个性化教育大脑 匹配精准教育资源，按需尽享，可控可溯，全面支撑教、学、管、评、测。

↑ 增效减负 ↓
精准作业

个人错题重练 | 专属针对训练

姓 名 ： 样本19

班 级 ： 80

年 级 ： 高三

科目

数学

样本学校

↑增效减负↓
精准作业

积极贯彻落实中办、国办发"关于推进'互联网+教育'发展的意见"，通过该项目新技术与教育教学的融合创新，可以实现创新教育服务供给，推动教育数字转型和智能升级，构建教育发展良好生态，通过学生学习全过程数据的采集、分析、运用及评价（建立学生个性化数字学习档案），开展精准化教学、个性化学习、智能化分析，实现规模化教育与个性化培养相统一。

专家组：

张　三　　李　四

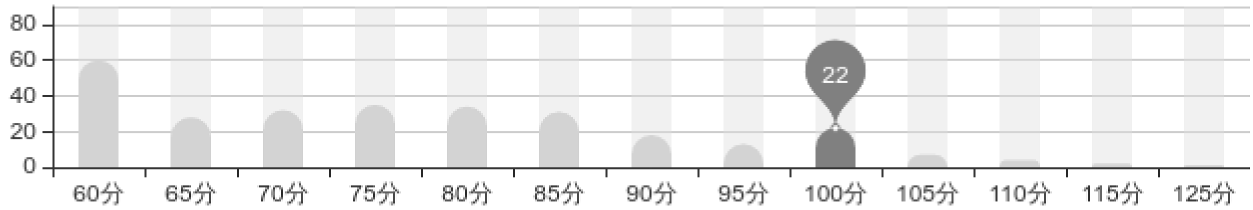
联合出品：

重庆出版集团
重庆西信天元集团
重庆市版权保护中心西信天元分中心
天健互联网出版有限责任公司

成绩单

99 /150	最高分	123分	100分	平均分	73.6分	68.8分
我的得分 卷面总分		年级	班级		年级	班级

年级所处分段人数



错题总结

简单丢分题

题号：一、4，一、7，三、13，三、14，三、15，三、16，二、12，四、19，四、20，四、21

解读：这些都是比较容易的试题，以你的学习能力，只要多加练习，避免失误，完全能够回答正确。这次虽然有些可惜，但是不要气馁，掌握这些试题之后，你的年级排名可以提升10 名。

潜力追分题

题号：四、22

解读：根据你和全体考生的水平，这些试题对你来说可以有更好的表现，它们将会是你成绩的突破口，希望你能重点关注。当你掌握这些试题之后，你的年级排名可以提升5 名。

优势得分题

题号：三、16，三、15，一、6，三、13，一、8，三、14，二、9，四、17，一、2，二、11，四、18，四、20，二、10，一、3，一、5，一、1，四、22

解读：你在这些试题的表现高于年级平均水平，很棒！仔细分析这些试题，有助于你巩固优势哦。

试卷知识点分析

知识点	分值占比	错题题号
离散型随机变量的方差与标准差	11.33%	四、20
直线平行、垂直的判定在几何中的应用	8.0%	四、19
离散型随机变量的分布列	8.0%	四、20
直线与椭圆的位置关系	8.0%	四、21
椭圆的标准方程	8.0%	四、21
利用导数研究函数的单调性	8.0%	四、22
平面向量的数量积	3.33%	三、16
分段函数的性质及应用	3.33%	三、15
比较对数式的大小	3.33%	一、7
二项式定理	3.33%	三、13
抛物线的定义	3.33%	一、4
向量的线性运算的几何应用	3.33%	三、14
求在曲线上一点处的切线方程（斜率）	3.33%	二、12
利用导数研究函数的极值	3.33%	二、12

错题重练

题型得分明细

题型	题号	题型分值	我的得分	班级平均分	我的得分率
客观题	1-12	60	45	36.36	75%
主观题	13-22	90	54	32.39	60%

1、客观题、主观题得分率情况相对比较均衡，客观题得分率略高于主观题。

2、主观题有较大的提升空间，请多做此类试题训练，不断提高。

3、客观题发挥较好，请继续保持，再接再厉。

配题数量

在本次考试中，你错题数量共计11道，经系统分析给你的配题数量为25道，推荐给你做练习。

1、原试卷第“7、12、13、15、19、20、21、22”题配题数量为2道，总计16道；

2、原试卷第“4、14、16”题配题数量为3道，总计9道；

配题说明

针对本次测试，系统根据你的能力画像及学习能力值，认为在针对练习中，其练习难度不应高于原试题难度，因此，本次给你配的25道精准练习题的难度系数与原试题几乎相等，且部分配题适当降低了难度。

错题1　　得分: 0分　总分: 5.0分　班级平均分: 0.9分　班级丢分率: 81.8%

抛物线 $y=4x^2$ 上的一点 M 到焦点的距离为1,则点 M 的纵坐标是

A. $\frac{17}{16}$　B. $\frac{15}{16}$　C. $\frac{7}{8}$　D.0

考察知识点: 抛物线的定义

掌握程度: ☐熟练 ☐一般 ☐未掌握

错因自查: ☐基础不牢 ☐审题不清 ☐思路不清 ☐计算错误 ☐粗心大意 ☐其他 ________

笔记:

精准练习

① 抛物线 $y=2x^2$ 的焦点坐标是(　　)

A. $(0,\frac{1}{2})$　　B. $(\frac{1}{2}, 0)$　　C. $(0,\frac{1}{8})$　　D. $(\frac{1}{8}, 0)$

② 若抛物线 $y^2=4x$ 上一点 P 到 x 轴的距离为 $2\sqrt{3}$，则点 P 到抛物线的焦 F 的距离为(　　)

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

③ 抛物线 $y=2x^2$ 的准线方程是(　　)

A. $x=\frac{1}{2}$　　B. $x=-\frac{1}{2}$　　C. $y=\frac{1}{8}$　　D. $y=-\frac{1}{8}$

错题2　　得分: 0分　总分: 5.0分　班级平均分: 2分　班级丢分率: 59.1%

已知 $a=e^{0.2}, b=\frac{\ln 1.4}{2}+1, c=\sqrt{1.4}$,则

A. $a>b>c$　　B. $c>b>a$　　C. $b>a>c$　　D. $a>c>b$

考察知识点: 比较对数式的大小

掌握程度: ▢熟练 ▢一般 ▢未掌握

错因自查: ▢基础不牢 ▢审题不清 ▢思路不清 ▢计算错误 ▢粗心大意 ▢其他 ____________

笔记:

精准练习

① 设 $a=\frac{2}{ln2}$，$b=\frac{e+2}{ln(e+2)}$，$c=\frac{e^2}{4-ln4}$，其中 e 是自然对数的底数，则(　　)

A. $b<c<a$　　B. $c<b<a$　　C. $a<c<b$　　D. $c<a<b$

② 已知 $a \neq 2$ 且 $ae^2 = 2e^a$，$b \neq 3$ 且 $be^3 = 3e^b$，$c \neq 4$ 且 $ce^4 = 4e^c$，则(　　)

A．$c < b < a$　　B．$b < c < a$　　C．$a < c < b$　　D．$a < b < c$

错题3　　得分: 0分　总分: 5.0分　班级平均分: 2.3分　班级丢分率: 100%

对于函数 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + cx + d, c, d \in \mathbf{R}$,下列说法正确的是

A.函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1-c+2d}{2}\right)$ 中心对称

B.函数 $f(x)$ 有极值的充要条件是 $c < \frac{3}{2}$

C.若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 ,则 $x_1^4 + x_2^4 > \frac{1}{8}$

D.若 $c = d = -12$,则过点 $(3,0)$ 做曲线 $y = f(x)$ 的切线有且仅有2条

考察知识点: 求在曲线上一点处的切线方程（斜率），利用导数研究函数的极值

掌握程度: ☐熟练 ☐一般 ☐未掌握

错因自查: ☐基础不牢 ☐审题不清 ☐思路不清 ☐计算错误 ☐粗心大意 ☐其他 ________

笔记:

精准练习

① 函数 $f(x) = \frac{lnx}{x}$，则下列说法正确的是(　　)

A．$f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程为 $y = x - 1$

B．$x = e$ 为函数 $f(x)$ 的极小值点

C．不等式 $e^{x-2} \geqslant \frac{lnx}{x}$ 恒成立

D．方程 $a^x = x(a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 有两个不等的实数解的 a 的取值范围是 $a > e^{\frac{1}{e}}$

② 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x$，下列说法中正确的是(　　)

A．函数 $f(x)$ 在原点 $(0,0)$ 处的切线方程是 $3x + y = 0$

B．-1 是函数 $f(x)$ 的极大值点

C．函数 $y=\sin x+f(x)$ 在 R 上有3个极值点

D．函数 $y=\sin x-f(x)$ 在 R 上有3个零点

错题4　得分: 2.5分　总分: 5.0分　班级平均分: 1.1分　班级丢分率: 100%

$(x^2-3)(x+\frac{1}{x})^6$ 的展开式中的常数项为______.

考察知识点: 二项式定理

掌握程度: ☐熟练 ☐一般 ☐未掌握

错因自查: ☐基础不牢 ☐审题不清 ☐思路不清 ☐计算错误 ☐粗心大意 ☐其他 ______

笔记:

精准练习

① 若 $(x^2+\frac{1}{ax})^6$ 的二项展开式中，常数项为 $\frac{15}{16}$，则二项式系数最大的项为______.

② $(x-y^3)^5$ 展开式中的第3项为______.

错题5　得分: 2.5分　总分: 5.0分　班级平均分: 1.1分　班级丢分率: 100%

已知实数 x,y ,满足 $x^2-y^2=1$,则 $\frac{1}{x^2}+2|\frac{y}{x}|$ 的取值范围是______.

考察知识点: 向量的线性运算的几何应用

掌握程度: ☐熟练 ☐一般 ☐未掌握

错因自查: ☐基础不牢 ☐审题不清 ☐思路不清 ☐计算错误 ☐粗心大意 ☐其他 ______

笔记:

精准练习

① 若实数 x， y 满足约束条件 $\begin{cases} x+1\geqslant 0 \\ x-y\leqslant 0 \\ 2x+3y-1\geqslant 0 \end{cases}$ ，则目标函数 $z=3x+y$ 的最小值为_______.

② 已知实数 x， y 满是约束条件 $\begin{cases} x\geqslant 1 \\ x+y\leqslant 2 \\ x-3y\leqslant 0 \end{cases}$ ，则 $\dfrac{y+1}{x}$ 的最大值是_________.

③ 已知实数 x， y 满足不等式组 $\begin{cases} y\leqslant 2x+1 \\ y\leqslant -x \\ y\geqslant \dfrac{1}{2}x-1 \end{cases}$ ，若 $z=2x+3y$，则 z 取得最小值为_______.

错题6　　得分: 2.5分　总分: 5.0分　班级平均分: 1.1分　班级丢分率: 100%

已知 $f(x)=\begin{cases} 1-\ln x, 0<x\leqslant 1 \\ -1+\ln x, x>1 \end{cases}$,若 $f(a)=f(b)$,则 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值为__________.

考察知识点: 分段函数的性质及应用

掌握程度: ☐熟练 ☐一般 ☐未掌握

错因自查: ☐基础不牢 ☐审题不清 ☐思路不清 ☐计算错误 ☐粗心大意 ☐其他 __________

笔记:

精准练习

① 若函数 $f(x)=\begin{cases} a^2x-1 & x<0 \\ x+a & x>0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$，为奇函数，求参数 a 的值为_________.

② 若函数 $f(x)=\begin{cases} ax^2+2x+1-a, x<0 \\ e^x, x\geqslant 0 \end{cases}$ 在 $(-1,+\infty)$ 上是增函数，则实数 a 的取值范围是_____.

错题7　得分: 2.5分　总分: 5.0分　班级平均分: 1分　班级丢分率: 100%

在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2, BC=3$,矩形内一点 M (含边界),满足 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}^2$,若 $\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{BC}+\mu\overrightarrow{BA}$,当 $3\lambda+2\mu$ 取得最大值时, $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{AC}=$ ________.

考察知识点: 平面向量的数量积

掌握程度: □熟练 □一般 □未掌握

错因自查: □基础不牢 □审题不清 □思路不清 □计算错误 □粗心大意 □其他 ________

笔记:

精准练习

① 在等腰梯形 $ABCD$ 中，已知 $AB//DC$， $AB=2$， $BC=1$， $\angle ABC=60^\circ$，点 E 和 F 分别在线段 BC 和 DC 上，且 $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$， $\overrightarrow{DF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的值为________.

② 已知平面向量 $\vec{a}$， $\vec{b}$， $\vec{c}$， $\vec{d}$ 满足 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$， $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$， $|\vec{b}+2\vec{c}|=2$，若 $(\vec{d}-\vec{a})\cdot(\vec{d}+2\vec{b})\leqslant 4$，则 $|\vec{c}+\vec{d}|$ 的取值范围为________.

③ 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD=1$， $\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，点 EF 在 CD 上且满足 $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$， $\overrightarrow{DF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$，若 M 为 AB 的中点，且 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{ME}=1$，则 AB 的长为________.

错题8　得分: 6分　总分: 12.0分　班级平均分: 6.4分　班级丢分率: 84.1%

在矩形 $ABCD$ 中(图1), $AB=2, AD=1, E$ 为 CD 边上的中点,将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折起,使得平面 $ADE\perp$ 平面 $ABCE$,连接 DB, DC 形成四棱锥 $D-ABCE$.

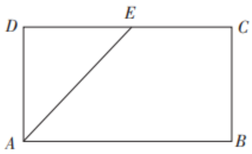


图 1

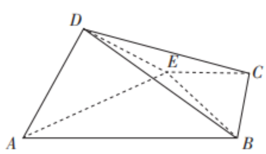


图 2

(I)求证: $BE \perp AD$.

(II)求平面 BCD 与平面 AED 夹角的余弦值.

考察知识点: 直线平行、垂直的判定在几何中的应用

掌握程度: ☐熟练 ☐一般 ☐未掌握

错因自查: ☐基础不牢 ☐审题不清 ☐思路不清 ☐计算错误 ☐粗心大意 ☐其他 ________

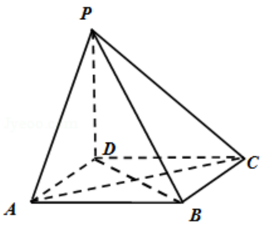
笔记:

精准练习

① 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle ADC=120^\circ$，$PD=CD=AD$，$PD\perp$ 平面 $ABCD$.

（Ⅰ）证明：$AC\perp$ 平面 PBD；

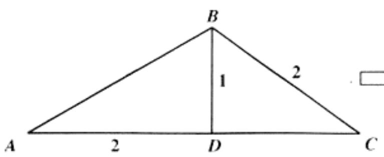
（Ⅱ）求直线 AC 与平面 PBC 所成角的正弦值.

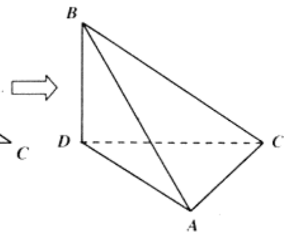


② 如图，在 ΔABC 中，BD 为 AC 边上的高，$BD=1$，$BC=AD=2$，沿 BD 将 ΔABD 翻折，使得 $\angle ADC=30^\circ$，得到几何体 $B-ACD$.

(1) 求证：$AC\perp BD$；

(2) 求 AB 与平面 BCD 所成角的余弦值.





错题9 得分: 8分 总分: 12.0分 班级平均分: 2.3分 班级丢分率: 100%

已知有一道有四个选项的单项选择题和一道有四个选项的多项选择题,小明知道每道多项选择题均有两个或三个正确选项.但根据得分规则:全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.这样,小明在做多项选择题时,可能选择一个选项,也可能选择两个或三个选项,但不会选择四个选项.

(I)如果小明不知道单项选择题的正确答案,就作随机猜测.已知小明知道单项选择题的正确答案和随机猜测概率都是$\frac{1}{2}$,求小明该单项选择题正确的概率.

(II)假设小明在做该道多项选择题时,基于已有的解题经验,他选择一个选项的概率为$\frac{1}{2}$,选择两个选项的概率为$\frac{1}{3}$,选择三个选项的概率为$\frac{1}{6}$.已知该道多项选择题只有两个正确选项,小明完全不知道四个选项的正误,只好根据自己的经验随机选择.记X表示小明做完该道多项选择题后所得的分数.求:

(i) $P(X=0)$;

(ii) X的分布列及数学期望.

考察知识点: 离散型随机变量的分布列，离散型随机变量的方差与标准差

掌握程度: ☐熟练 ☐一般 ☐未掌握

错因自查: ☐基础不牢 ☐审题不清 ☐思路不清 ☐计算错误 ☐粗心大意 ☐其他 ________

笔记:

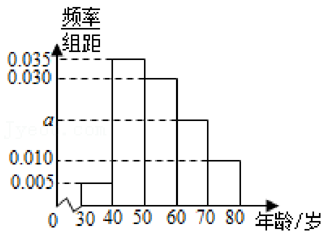
精准练习

① 某社区100名居民参加2019年国庆活动，他们的年龄在30岁至80岁之间，将年龄按$[30,40)$，$[40,50)$，$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80]$分组，得到的频率分布直方图如图所示.

（Ⅰ）求a的值，并估计该社区参加2019年国庆活动的居民的年龄中位数;

（Ⅱ）现从年龄在$[50,60)$，$[70,80]$的人员中按分层抽样的方法抽取8人，再从这8人中随机抽取3人进行座谈，用X表示参与座谈的居民的年龄在$[70,80]$的人数，求X的分布列和数学期望;

（Ⅲ）若用样本的频率代替概率，用随机抽样的方法从该地30岁至80岁之间的市民中抽取20名进行调查，其中有 k 名市民的年龄在 $[30, 50)$ 的概率为 $P_k(k=0, 1, 2, \cdots, 20)$，当 P_k 最大时，写出 k 的值．（不用说明理由）



② 某工厂对一批零件进行质量检测．具体检测方案为：

从这批零件中任取10件逐一进行检测，当检测到有2件不合格零件时，停止检测，此批零件检测未通过，否则检测通过．假设每件零件为不合格零件的概率为0.1，且每件零件是否为不合格零件之间相互独立．

（1）若此批零件检测未通过，求恰好检测5次的概率：

（2）已知每件零件的生产成本为80元，合格零件的售价为150元/件，现对不合格零件进行修复，修复后合格的零件正常销售，修复后不合格的零件以10元/件按废品处理，若每件零件的修复费用为20元，每件不合格零件修复后为合格零件的概率为0.8，记 X 为生产一件零件获得的利润，求 X 的分布列和数学期望．

错题10　　得分: 4分　总分: 12.0分　班级平均分: 3.3分　班级丢分率: 100%

已知点 $P\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$ 在椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上,且点 P 到椭圆右顶点 M 的距离为 $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

(I)求椭圆 C 的方程;

(II)若点 A,B 是椭圆 C 上不同的两点(均异于 M)且满足直线 MA 与 MB 斜率之积为 $\dfrac{1}{4}$.试判断直线 AB 是否过定点,若是,求出定点坐标,若不是,说明理由.

考察知识点: 直线与椭圆的位置关系，椭圆的标准方程

掌握程度: ☐熟练 ☐一般 ☐未掌握

错因自查: ☐基础不牢 ☐审题不清 ☐思路不清 ☐计算错误 ☐粗心大意 ☐其他 ________

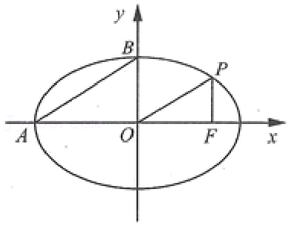
笔记:

精准练习

① 如图，椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左顶点与上顶点分别为$A$，$B$，右焦点为$F$，点$P$在$C$上，$PF\perp x$轴，$AB//OP$，$|AB|=\sqrt{3}$．

（1）求C的方程；

（2）过F的直线l交椭圆于M，N两点，坐标平面上是否存在定点Q，使得$\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}$是定值？若存在，求点$Q$坐标；若不存在，说明理由．



② 已知椭圆C的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，长轴的两个端点分别为$A(-2,0)$，$B(2,0)$．

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）过点$(1,0)$的直线与椭圆C交于M，N（不与A，B重合）两点，直线AM与直线$x=4$交于点Q．求证：$\frac{S_{\Delta MBN}}{S_{\Delta MBQ}}=\frac{|BN|}{|BQ|}$．

错题11　得分: 4分　总分: 12.0分　班级平均分: 2.5分　班级丢分率: 100%

设函数$f(x)=2ax^2-2a-\ln x,g(x)=\frac{1}{x}-\frac{e}{e^x}$,其中$a\in\mathbf{R},e$为自然对数的底数.

(I)讨论$f(x)$的单调性;

(II)证明:当$x>1$时,$g(x)>0$;

(III)若不等式$f(x)>g(x)$在$x\in(1,+\infty)$时恒成立,求a的取值范围.

考察知识点: 利用导数研究函数的单调性

掌握程度: ☐熟练 ☐一般 ☐未掌握

错因自查: ☐基础不牢 ☐审题不清 ☐思路不清 ☐计算错误 ☐粗心大意 ☐其他 ________

笔记：

精准练习

① 已知a是常数，函数$f(x)=xlnx+ax^2$．

（1）当$a=-\frac{1}{2}$时，讨论$f(x)$的单调性；

（2）若$f(x)$有两个极值点x_1，$x_2(x_1<x_2)$，

（Ⅰ）求证：$-\frac{1}{2}<a<0$；

（Ⅱ）求证：$-\frac{1}{2}<f(x_1)<-\frac{1}{e}$．

② 设函数$f(x)=lnx+\frac{a-1}{x},g(x)=ax-3$，

（1）求函数$\varphi(x)=f(x)+g(x)$的单调增区间；

（2）当$a=1$时，记$h(x)=f(x)\cdot g(x)$，是否存在整数λ，使得关于x的不等式$2\lambda\geqslant h(x)$有解？若存在，请求出λ的最小值；若不存在，请说明理由．

参考答案

错题1

【答案】B

精准练习

①【答案】C

【解析】解：抛物线 $y=2x^2$ 的标准方程为：$x^2=\frac{1}{2}y$，

故抛物线 $y=2x^2$ 的焦点坐标是 $(0,\frac{1}{8})$，故选：C．

②【答案】A

【解析】解：抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程为 $x=-1$

$\because$ 抛物线 $y^2=4x$ 上一点 P 到 x 轴的距离为 $2\sqrt{3}$，则 $P(3,\pm2\sqrt{3})$，

$\therefore$ P 到抛物线的准线的距离为：4，

$\therefore$ 点 P 到抛物线的焦点 F 的距离为4．故选：A．

③【答案】D

【解析】解：根据题意，抛物线 $y=2x^2$ 的标准方程为 $x^2=\frac{1}{2}y$，

其焦点在 y 轴上，且 $2p=\frac{1}{2}$，则 $p=\frac{1}{4}$，则抛物线的准线方程为：$y=-\frac{1}{8}$；故选：D．

错题2

【答案】D

精准练习

① 【答案】D

【解析】解：令 $f(x)=\dfrac{x}{lnx}(x>e)$，则 $f'(x)=\dfrac{lnx-1}{(lnx)^2}$，

当 $x>e$ 时，$f'(x)=\dfrac{lnx-1}{(lnx)^2}>0$，故 $f(x)$ 在 $[e，+\infty)$ 上单调递增，

而 $a=\dfrac{2}{ln2}=\dfrac{4}{ln4}=f$ （4），

$b=\dfrac{e+2}{ln(e+2)}=f(e+2)$，

$c=\dfrac{e^2}{4-ln4}=\dfrac{\frac{e^2}{2}}{ln\frac{e^2}{2}}=f(\dfrac{e^2}{2})$，

$\because e+2-4=e-2>0$，$4-\dfrac{e^2}{2}=\dfrac{8-e^2}{2}=\dfrac{(2\sqrt{2}-e)(2\sqrt{2}+e)}{2}>0$，

$\therefore e+2>4>\dfrac{e^2}{2}>e$，$\therefore f(e+2)>f$ （4） $>f(\dfrac{e^2}{2})$，即 $b>a>c$；故选：D．

② 【答案】A

【解析】解：由 $a\neq 2$ 且 $ae^2=2e^a$，$b\neq 3$ 且 $be^3=3e^b$，$c\neq 4$ 且 $ce^4=4e^c$，

可得 $\dfrac{e^2}{2}=\dfrac{e^a}{a}$，$\dfrac{e^3}{3}=\dfrac{e^b}{b}$，$\dfrac{e^4}{4}=\dfrac{e^c}{c}$，且 $a\neq 2$，$b\neq 3$，$c\neq 4$，

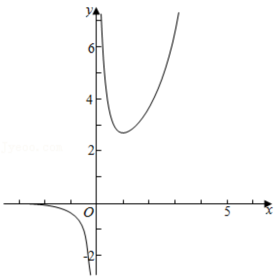
设 $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$，则 f （a） $=f$ （2），f （b） $=f$ （3），f （c） $=f$ （4），

又 $f'(x)=\dfrac{e^x(x-1)}{x^2}$，

当 $x>1$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 递增；当 $x<0$ 和 $0<x<1$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 递减．

可得 $x=1$ 处，$f(x)$ 取得极小值 e，

$f(x)$ 的图象如图所示，



所以 f （2） $<f$ （3） $<f$ （4），由图象可得 $0<c<b<a<1$，故选：A．

错题3

【答案】ABC

精准练习

① 【答案】AC

【解析】解：对于A，由$f(x)=\frac{lnx}{x}$，得$f'(x)=\frac{1-lnx}{x^2}$，则f（1）$=0$，f'（1）$=1$，

所以$f(x)$在$x=1$处的切线方程为$y=x-1$，所以A正确，

对于B，由$f(x)=\frac{lnx}{x}$，得$f'(x)=\frac{1-lnx}{x^2}$，

当$0<x<e$时，$f'(x)>0$，当$x>e$时，$f'(x)<0$，

所以$x=e$为函数$f(x)$的极大值点，所以B错误，

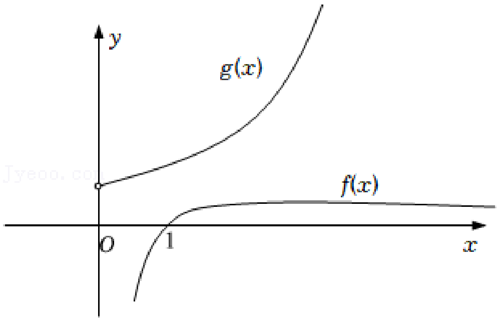
对于C，令$g(x)=e^{x-2}$，则$g(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数，

所以$g(x)>g(0)=e^{-2}>0$，

由选项B，可知$xf(x)$在$(0,e)$上递增，在$(e,+\infty)$上递减，

所以$f(x)_{max}=f(e)=\frac{1}{e}$，当$0<x<1$时，$f(x)<0$，

当$x\to+\infty$时，$f(x)\to0$，g（e）$=e^{e-2}>f$（e），画出两函数图象如图所示，



由图可知$g(x)>f(x)$，所以不等式$e^{x-2}\geqslant\frac{lnx}{x}$恒成立，所以$C$正确，

对于D，令$y=a^x$，$y=x$，由题意可得两函数图象有两个交点，则$a>1$，

设直线$y=x$与曲线$y=a^x$相切于点$P(x_0，y_0)$，

由 $y=a^x$，得 $y'=a^x lna$，则 $a^{x_0} lna=1$，

因为 $y_0=a^{x_0}, y_0=x_0$，解得 $x_0=\frac{1}{lna}$，所以 $\frac{1}{lna}=a^{\frac{1}{lna}}$，

两边取自然对数得 $ln(\frac{1}{lna})=lna^{\frac{1}{lna}}$，$ln(\frac{1}{lna})=lna^{\frac{1}{lna}}=\frac{1}{lna}\cdot lna=1$，所以 $\frac{1}{lna}=e$，

所以 $lna=\frac{1}{e}$，解得 $a=e^{\frac{1}{e}}$，所以当 $a=e^{\frac{1}{e}}$ 时，直线 $y=x$ 与曲线 $y=a^x$ 相切，

所以由指数函数的性质可知当 $1<a<e^{\frac{1}{e}}$ 时，

直线 $y=x$ 与曲线 $y=a^x$ 有两个公共点，所以 D 错误，故选：AC．

②【答案】ABD

【解析】解：对于 A，$f'(x)=3x^2-3$，则 $f'(0)=-3$，

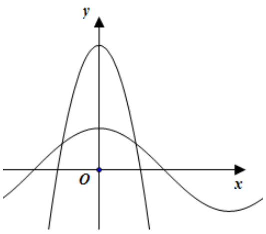
由点斜式方程可知，函数 $f(x)$ 在原点处的切线方程为 $y=-3x$，选项 A 正确；

对于 B，易知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$，$(1,+\infty)$ 上单调递增，在 $(-1,1)$ 上单调递减，

$\therefore -1$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点，选项 B 正确；

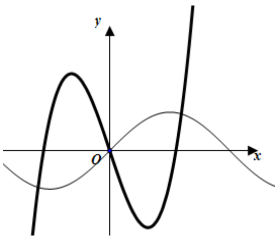
对于 C，令 $y=g(x)=\sin x+f(x)=\sin x+x^3-3x$，则 $g'(x)=\cos x+3x^2-3$，易知函数 $g'(x)$ 为偶函数，且 $g'(0)\neq 0$，

$\therefore g'(x)=0$ 的解不会出现奇数个，由余弦函数 $y=\cos x$ 及二次函数 $y=-3x^2+3$ 的图象可知，选项 C 错误；



对于 D，函数 $y=\sin x-f(x)$ 的零点个数即为函数 $y=\sin x$ 与函数 $y=f(x)$ 图象的交点个数，

作出函数 $y=\sin x$ 与 $y=f(x)$ 的大致图象如图所示，



由图象可知，共有3个交点，选项 D 正确．故选：ABD．

错题4

【答案】-45

精准练习

①【答案】$\frac{5}{2}x^3$或$-\frac{5}{2}x^3$

【解析】解：$(x^2+\frac{1}{ax})^6$二项展开式的通项为$T_{k+1}=C_6^k\cdot(x^2)^{6-k}(\frac{1}{ax})^k=C_6^ka^{-k}x^{12-3k}$，

令$12-3k=0$，得$k=4$，$\therefore\ C_6^4a^{-4}=\frac{15}{16}$，解得$a=\pm2$，

当$a=2$时，二项式系数最大的项为$C_6^3(x^2)^3(\frac{1}{2x})^3=\frac{5}{2}x^3$．

当$a=-2$时，二项式系数最大的项为$C_6^3(x^2)^3(-\frac{1}{2x})^3=-\frac{5}{2}x^3$，故答案为：$\frac{5}{2}x^3$或$-\frac{5}{2}x^3$．

②【答案】$10x^3y^6$

【解析】解：由二项式定理$(x-y^3)^5$展开式的通项公式为$T=C_5^k(-1)^{3k}x^{5-k}y^{3k}$，

第三项为当$k=2$时，为$10x^3y6$．故答案为：$10x^3y^6$．

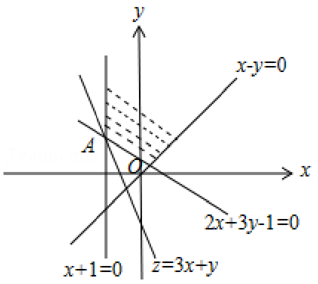
错题5

【答案】$[1,2)$

精准练习

①【答案】-2

【解析】解：由约束条件作出可行域如图，



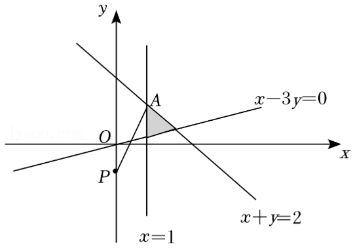
联立$\begin{cases} x+1=0 \\ 2x+3y-1=0 \end{cases}$，解得$A(-1,1)$，

令$z=3x+y$，得$y=-3x+z$，由图可知，当直线$y=-3x+z$过A时，直线在y轴上的截距最小，

z有最小值为$3\times(-1)+1=-2$．故答案为：-2．

② 【答案】2

【解析】解：由约束条件作出可行域如图，



联立$\begin{cases} x=1 \\ x+y=2 \end{cases}$，解得$A(1,1)$，

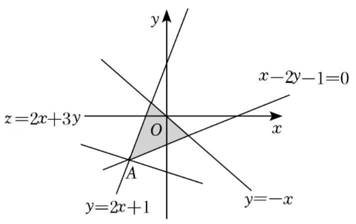
$\dfrac{y+1}{x}$的几何意义为可行域内的动点与定点$(0,-1)$连线的斜率，

$\because k_{PA}=\dfrac{1-(-1)}{1-0}=2$，

$\therefore \dfrac{y+1}{x}$的最大值是2．故答案为：2．

③ 【答案】-5

【解析】解：由约束条件作出可行域如图，



联立方程组解得$A(-1,-1)$，

由 $z=2x+3y$，得 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$，由图可知，当直线 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$ 过 A 时，

直线在 y 轴上的截距最小，z 有最小值为 -5．故答案为：-5．

错题6

【答案】$1+\frac{1}{e^2}$

精准练习

① 【答案】1

【解析】解：$\because$ 函数 $f(x)=\begin{cases} a^2x-1 & x<0 \\ x+a & x>0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$，为奇函数，$\therefore f(-x)=-f(x)$，

$\therefore f(-1)=-f$ （1），$\therefore -a^2-1=-(a+1)$，即 $a(a-1)=0$，求得 $a=0$ 或 $a=1$．

当 $a=0$ 时，$f(x)=\begin{cases} -1, x<0 \\ 0, x=0 \\ x, x>0 \end{cases}$，不是奇函数，故 $a\neq 0$；

当 $a=1$ 时，$f(x)=\begin{cases} x-1, x<0 \\ 0, x=0 \\ x+1, x>0 \end{cases}$，是奇函数，故满足条件，

综上，$a=1$，故答案为：1．

② 【答案】$[0，1]$

【解析】解：根据题意，函数 $f(x)=\begin{cases} ax^2+2x+1-a, x<0 \\ e^x, x\geqslant 0 \end{cases}$ 在 $(-1,+\infty)$ 上是增函数，

当 $a=0$ 时，$f(x)=\begin{cases} 2x+1, x<0 \\ e^x, x\geqslant 0 \end{cases}$，满足在 $(-1,+\infty)$ 上是增函数，$a<0$ 时，不满足题意；

当 $a>0$ 时，必有 $\begin{cases} a>0 \\ -\frac{2}{2a}\leqslant -1 \\ 1-a\leqslant 1 \end{cases}$，解可得：$0<a\leqslant 1$；

故 a 的取值范围为 $0\leqslant a\leqslant 1$；故答案为：$[0，1]$．

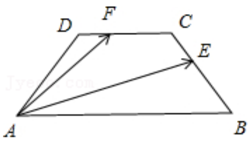
错题7

【答案】$2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

精准练习

① 【答案】$\dfrac{17}{9}$

【解析】解：如图，



根据题意，$CD=1$，$\overrightarrow{CF}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}$，

$\therefore\ \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{BA}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{AF}=-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BC}-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BA}$，且 $AB=2$，$BC=1$，

$\angle ABC=60^\circ$，

$\therefore\ \overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=(\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA})\cdot(\overrightarrow{BC}-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BA})=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}^2+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BA}^2-\dfrac{13}{9}\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=\dfrac{2}{3}+\dfrac{8}{3}-\dfrac{13}{9}\times1\times2\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{17}{9}$.

② 【答案】$[0,\sqrt{10}+4]$

【解析】解：$\because\ \vec{a}\cdot\vec{b}=0$，$\therefore\ \vec{a}\perp\vec{b}$，

如图建立平面直角坐标系，且 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}=(2,0),\vec{b}=\overrightarrow{OB}=(0,2)$，

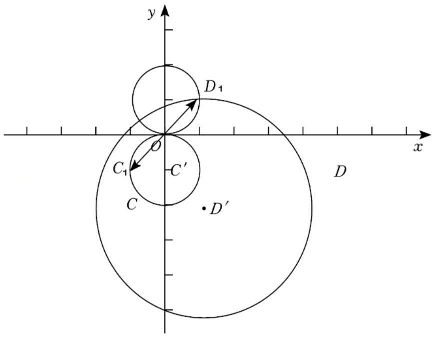
设 $\vec{c}=\overrightarrow{OC}=(x,y)$，则 $|\vec{b}+2\vec{c}|=|(2x,2y+2)|=2\ \therefore\ (2x)^2+(2y+2)^2=4$，

即 $x^2+(y+1)^2=1$，所以 C 在以 $C(0,-1)$ 为圆心，1为半径的圆上，

设 $\vec{d}=\overrightarrow{OD}=(m,n)$，则 $(\vec{d}-\vec{a})\cdot(\vec{d}+2\vec{b})=(m-2,n)\cdot(m,n+4)=m(m-2)+n(n+4)\leqslant4$，

即 $(m-1)^2+(n+2)^2\leqslant9$，所以 D 在以 $D'(1,-2)$ 为圆心3为半径的圆内（含边界），

作出图象，如图所示：



当点 C 取 C_1 时，点 D 取 D_1 时，$\overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OD}$ 是相反向量，此时 $|\vec{c}+\vec{d}|=0$，

$|\vec{c}+\vec{d}|=|\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}|=|\overrightarrow{OC'}+\overrightarrow{C'C}+\overrightarrow{OD'}+\overrightarrow{D'D}|\leqslant|\overrightarrow{OC'}+\overrightarrow{OD'}|+|\overrightarrow{C'C}+\overrightarrow{D'D}|$，

当且仅当 $\overrightarrow{OC'}+\overrightarrow{OD'}$ 与 $\overrightarrow{C'C}+\overrightarrow{D'D}$ 同向时等号成立，

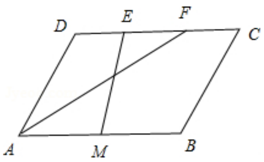
又 $|\overrightarrow{OC'}+\overrightarrow{OD'}|=|(1,-3)|=\sqrt{10}$？，即 $|\vec{c}+\vec{d}|\leqslant\sqrt{10}+|\overrightarrow{C'C}+\overrightarrow{D'D}|$，

由图象可知 $\overrightarrow{C'C}$ 与 $\overrightarrow{D'D}$ 可以同向，此时 $|\overrightarrow{C'C}+\overrightarrow{D'D}|_{max}=1+3=4$，

$\therefore$ $|\vec{c}+\vec{d}|$ 的取值范围为 $[0,\sqrt{10}+4]$，故答案为：$[0,\sqrt{10}+4]$．

③【答案】$\frac{9}{4}$

【解析】解：如图，



$\because$ $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$，且 $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{MA}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，

$\therefore$ $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{ME}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，

且 $AD=1,\angle BAD=\frac{\pi}{3},\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{ME}=1$，

$\therefore$ $(\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB})\cdot(-\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=\overrightarrow{AD}^2-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=1-\frac{1}{9}|\overrightarrow{AB}|^2+\frac{1}{4}|\overrightarrow{AB}|=1$，

解得 $|\overrightarrow{AB}|=\frac{9}{4}$ 或0（舍去），$\therefore$ $AB=\frac{9}{4}$．故答案为：$\frac{9}{4}$．

错题8

【答案】解:（1）证明:在矩形 $ABCD$ 中, $AE=\sqrt{2},BE=\sqrt{2}$

所以 $AE^2+BE^2=AB^2$,故 $BE\perp AE$.

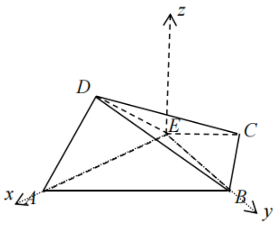
因为平面 $ADE\perp$ 平面 $ABCE$,且平面 $ADE\cap$ 平面 $ABCE=AE$

所以 $BE\perp$ 平面 ADE

又因为 $AD\subset$ 平面 ADE ,所以 $BE\perp AD$

(2)解:以 E 为原点,建立如图所示的空间直角坐标系 $Exyz$,

则 $A(\sqrt{2},0,0),B(0,\sqrt{2},0),D(\frac{\sqrt{2}}{2},0,\frac{\sqrt{2}}{2})$.



因为 $\overrightarrow{EC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}(-\sqrt{2},\sqrt{2},0)=(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0)$,则 $C(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0)$

$\overrightarrow{BC}=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right),\overrightarrow{BD}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

设平面 BCD 的法向量为 $n_1=(x,y,z)$,则有 $\begin{cases}-\frac{\sqrt{2}}{2}x-\frac{\sqrt{2}}{2}y=0\\ \frac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}y+\frac{\sqrt{2}}{2}z=0\end{cases}$,取 $n_1=(1,-1,-3)$

可取平面 AED 的法向量为 $n_2=(0,1,0)$

设平面 BCD 与平面 AED 夹角为 θ ,则 $\cos\theta=\frac{|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{n_2}|}=\frac{\sqrt{11}}{11}$

所以平面 BCD 与平面 AED 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{11}}{11}$.

精准练习

①【答案】解：（Ⅰ）证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$PD=CD=AD$ ，

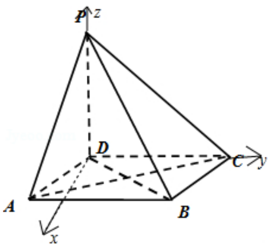
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AC\perp BD$.

$\because PD\perp$ 平面 $ABCD$ ，$\therefore PD\perp AC$ ，

结合 PD ，$BD\subset$ 平面 PBD ，$PD\bigcap BD=D$ ，

$\therefore AC\perp$ 平面 PBD .

（Ⅱ）以 D 为原点，过在底面作 CD 的垂线所在直线为 x 轴，DC 所在直线为 y 轴，PD 所在直线为 z 轴建立空间直角坐标系.



不防令 $PD=AD=CD=2$，$\because \angle ADC=120°$，$\therefore \angle DAB=60°$．

$\therefore D(0，0，0)$，$A(\sqrt{3}，-1，0)$，$B(\sqrt{3},1,0)$，$C(0，2，0)$，$P(0，0，2)$，

$\therefore \overrightarrow{AC}=(-\sqrt{3},3,0)$，$\therefore \overrightarrow{CB}=(\sqrt{3},-1,0),\overrightarrow{CP}=(0,-2,2)$．

设平面 PBC 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$，

$\therefore \begin{cases}\vec{m}\bullet\overrightarrow{CP}=0\\ \vec{m}\bullet\overrightarrow{CB}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}\sqrt{3}x-y=0\\ -2y+2z=0\end{cases}$，

令 $x=1$，得 $y=z=\sqrt{3}$，$\therefore \vec{m}=(1,\sqrt{3},\sqrt{3})$．

$\therefore$ 设所求的角为 θ，则 $\sin\theta=\dfrac{|\vec{m}\bullet\overrightarrow{AC}|}{|\vec{m}||\overrightarrow{AC}|}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{7}$．

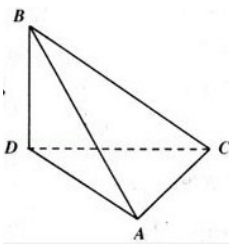
故所求角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$．

②【答案】解：（1）$\because \triangle ABC$ 中，BD 为 AC 边上的高

$\therefore$ 几何体 $B-ACD$ 中，$BD\perp DA$，$BD\perp DC$，$DA\bigcap DC=D$，$\therefore BD\perp$ 平面 ACD

又 $\because AC\subset$ 平面 ACD，$\therefore AC\perp BD$；

（2）由（1）中 $BD\perp$ 平面 ACD，$BD\subset$ 平面 BCD，$\therefore$ 平面 $BCD\perp$ 平面 ACD



$\because BD=1$，$BC=AD=2$，使得 $\angle ADC=30°$

$\therefore AB=\sqrt{5}$，$AC=1$，$AC\perp DC$，$BC=2$

$\therefore \angle ABC$ 即为 AB 与平面 BCD 所成角，则 $\cos\angle ABC=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

错题9

【答案】解:(I)记事件A为"题目答对了",事件B为"知道正确答案",则$P(A|B)=1$, $P(A|\overline{B})=\frac{1}{4}$, $P(B)=P(\overline{B})=\frac{1}{2}$.

由全概率公式: $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})=\frac{1}{2}\times 1+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{8}$.

(II)设事件A_i表示小明选择了i个选项, $i=1,2,3$. C表示选到的选项都是正确的.由互斥事件的概率加法公式,

$P(X=0)=P(A_1\overline{C})+P(A_2\overline{C})+P(A_3\overline{C})$

$=P(A_1)P(\overline{C}|A_1)+P(A_2)P(\overline{C}|A_2)+P(A_3)P(\overline{C}|A_3)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{C_4^2})+\frac{1}{6}\times 1=\frac{25}{36}$;

$P(X=5)=P(A_2C)=P(A_2)P(C|A_2)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{C_4^2}=\frac{1}{18}$

随机变量X的分布列为

X	0	2	5
P	$\frac{25}{36}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{18}$

$E(X)=0\times\frac{25}{36}+2\times\frac{1}{4}+5\times\frac{1}{18}=\frac{7}{9}$.

精准练习

① 【答案】解: (I)由频率分布直方图可知, $(0.005+0.01+a+0.03+0.035)\times 10=1$, 解得$a=0.02$,

故a的值为0.02,

设该社区参加2019年国庆活动的居民的年龄中位数为x,

则$0.4+\frac{x-50}{10}\times 0.2=0.5$, 解得$x=55$.

(II)年龄在$[50, 60)$内的人数为$0.03\times 10\times 100=30$,

年龄在$[70, 80)$内的人数为$0.01\times 10\times 100=10$,

根据分层抽样,可知年龄在$[50, 60)$内的抽取6人,年龄在$[70, 80)$内的抽取2人,

X所有可能取值为0, 1, 2,

$P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_8^3}=\frac{5}{14}$,

$P(X=1)=\dfrac{C_6^2C_2^1}{C_8^3}=\dfrac{15}{28}$,

$P(X=2)=\dfrac{C_6^1C_2^2}{C_8^3}=\dfrac{3}{28}$,

故 X 的分布列为:

X	0	1	2
P	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

数学期望 $E(X)=0\times\dfrac{5}{14}+1\times\dfrac{15}{28}+2\times\dfrac{3}{28}=\dfrac{3}{4}$.

(III) 设在抽取的20名市民中，年龄在 $[30,\ 50)$ 内的人数为 Y,

则 Y 服从二项分布,

由频率分布直方图得年龄在 $[30,\ 50)$ 内的频率为 $(0.005+0.035)\times10=0.4$,

故 $Y\sim B(20,0.4)$,

$P(Y=k)=C_{20}^k0\cdot4^k0\cdot6^{20-k}(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 20)$,

设 $t=\dfrac{P(Y=k)}{P(Y=k-1)}=\dfrac{C_{20}^k0\cdot4^k0\cdot6^{20-k}}{C_{20}^{k-1}0\cdot4^{k-1}0\cdot6^{21-k}}=\dfrac{2(21-k)}{3k}=\dfrac{42-2k}{3k}$,

当 $t>1$ 时, $k<8.4$, $P(Y=k-1)<P(Y=k)$,

当 $t<1$ 时, $k>8.4$, $P(Y=k-1)>P(Y=k)$,

当 $k=8$ 时, $P(Y=k)$ 最大,

故当 P_k 最大时, $k=8$.

②【答案】解: （1）若此批零件检测未通过，恰好检测5次,

则第五次检验不合格，前四次有一次检验不合格,

故恰好检测5次的概率 $P=C_4^1\times0.1\times(1-0.1)^3\times0.1=0.02916$.

（2）由题意可得，合格产品利润为70元,

不合格产品修复合格后利润为50元,

不合格产品修复后不合格的利润为 -90 元,

则 X 可取70, 50, -90,

故 $P(X=70)=0.9$,

$P(X=50)=0.1\times0.8=0.08$,

$P(X=-90)=0.1\times0.2=0.02$，

故 X 的分布列为：

X	70	50	−90
P	0.9	0.08	0.02

故 $E(X)=70\times0.9+50\times0.08-90\times0.02=65.2$ （元）.

错题10

【答案】解:(1)点 P $\left(1,\frac{3}{2}\right)$ 在椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上代入得: $\frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1$

点 P 到椭圆右顶点 M 的距离为 $\frac{\sqrt{13}}{2}$,则 $\frac{\sqrt{13}}{2}=\sqrt{(a-1)^2+\frac{9}{4}}$

解得 $a=2,b=\sqrt{3}$，

故椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

(2)由题意,直线 AB 的斜率存在,可设直线 AB 的方程为 $y=kx+m\,(k\neq0)$, $M\,(2,0),A\,(x_1,y_1)\,,B\,(x_2,y_2)$.

联立 $\begin{cases}y=kx+m\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$.

$\Delta=64k^2m^2-4(3+4k^2)(4m^2-12)=48(4k^2-m^2+3)>0$.

$\therefore x_1+x_2=\frac{-8km}{3+4k^2},x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}$

$\because$ 直线 MA 与直线 MB 斜率之积为 $\frac{1}{4}$.

$\therefore \frac{y_1}{x_1-2}\cdot\frac{y_2}{x_2-2}=\frac{1}{4}$,

$\therefore 4(kx_1+m)(kx_2+m)=(x_1-2)(x_2-2)$.

化简得 $(4k^2-1)x_1x_2+(4km+2)(x_1+x_2)+4m^2-4=0$,

$\therefore (4k^2-1)\frac{4m^2-12}{3+4k^2}+(4km+2)\frac{-8km}{3+4k^2}+4m^2-4=0$,

化简得 $m^2-2km-8k^2=0$,解得 $m=4k$ 或 $m=-2k$.

当 $m=4k$ 时,直线 AB 方程为 $y=k(x+4)$,过定点 $(-4,0)$.

$m=4k$ 代入判别式大于零中,解得 $-\frac{1}{2}<k<\frac{1}{2}(k\neq0)$.

当 $m=-2k$ 时,直线 AB 的方程为 $y=k(x-2)$,过定点 $(2,0)$,不符合题意.

综上所述:直线 AB 过定点 $(-4,0)$

精准练习

① 【答案】解：（1）由题可得 $a^2+b^2=3$ ①

由题 $PF\perp x$ 轴，可得 $P(c,\dfrac{b^2}{a})$，

因为 $AB//OP$，

所以 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{b^2}{ac}$ ②

$b^2+c^2=a^2$ ③

由①②③解得：$a=\sqrt{2},b=1$，所以，C 的方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$．

（2）当直线斜率不为0时，设直线 $l:x=my+1$，代入 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 得 $(m^2+2)y^2+2my-1=0$，

设 $M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$，则 $y_1+y_2=\dfrac{-2m}{m^2+2},y_1y_2=\dfrac{-1}{m^2+2}$，

设定点 $Q(x_0,\ y_0)$，

$\overrightarrow{QM}=(my_1+1-x_0,y_1-y_0),\overrightarrow{QN}=(my_2+1-x_0,y_2-y_0)$，

$\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=(m^2+1)y_1y_2+[m(1-x_0)-y_0](y_1+y_2)+(1-x_0)^2+y_0^2$

$=(m^2+1)\times\dfrac{-1}{m^2+2}+[m(1-x_0)-y_0]\times\dfrac{-2m}{m^2+2}+(1-x_0)^2+y_0^2$

$=\dfrac{(-3+2x_0)m^2+2y_0m-1}{m^2+2}+(1-x_0)^2+y_0^2$，

要使 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}$ 是定值，则 $\begin{cases}2y_0=0\\ \dfrac{-3+2x_0}{1}=\dfrac{-1}{2}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}y_0=0\\ x_0=\dfrac{5}{4}\end{cases}$，

此时 $Q(\dfrac{5}{4},0),\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=-\dfrac{1}{2}+(1-\dfrac{5}{4})^2=-\dfrac{7}{16}$．

当直线 l 与 x 轴重合时，$M(-\sqrt{2},0),N(\sqrt{2},0)$，

$\overrightarrow{QM}=(-\sqrt{2}-\dfrac{5}{4},0),\overrightarrow{QN}=(\sqrt{2}-\dfrac{5}{4},0)$ 则 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=-\dfrac{7}{16}$，

综上所述，坐标系平面上存在定点 $Q(\dfrac{5}{4},0)$，使得 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}$ 为定值 $-\dfrac{7}{16}$．

② 【答案】解：（1）由长轴的两个端点分别为 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，可得 $a=2$，

由离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，可得$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以$c=\sqrt{3}$，

又$a^2=b^2+c^2$，解得$b=1$，

所以椭圆C的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；

（2）设直线l的方程为$x=my+1$，

由$\begin{cases}x=my+1\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$得$(m^2+4)y^2+2my-3=0$，

设$M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$，则$y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+4}$，$y_1y_2=\frac{-3}{m^2+4}$，

所以$k_{AM}=\frac{y_1}{x_1+2}$，直线AM的方程为$y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$，所以$Q(4,\frac{6y_1}{x_1+2})$，

所以$k_{NB}=\frac{y_2-0}{x_2-2}=\frac{y_2}{x_2-2}$，$k_{BQ}=\frac{\frac{6y_1}{x_1+2}-0}{4-2}=\frac{\frac{6y_1}{x_1+2}}{2}=\frac{3y_1}{x_1+2}$，

所以$k_{NB}-k_{BQ}=\frac{y_2}{x_2-2}-\frac{3y_1}{x_1+2}=\frac{y_2(x_1+2)-3y_1(x_2-2)}{(x_2-2)(x_1+2)}=\frac{y_2(my_1+3)-3y_1(my_2-1)}{(x_2-2)(x_1+2)}$

$=\frac{-2my_1y_2+3(y_1+y_2)}{(x_2-2)(x_1+2)}=0$，即$k_{NB}=k_{BQ}$，

所以N、B、Q三点共线，所以$\frac{S_{\Delta MBN}}{S_{\Delta MBQ}}=\frac{|BN|}{|BQ|}$.

错题11

【答案】解:(1) $f(x)$定义域为$(0,+\infty)$, $f'(x)=\frac{4ax^2-1}{x}$

当$a\le 0$时, $f'(x)<0$, $f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递减;

当$a>0$时,由$f'(x)=0$,得$x=\frac{\sqrt{a}}{2a}$.当$x\in\left(0,\frac{\sqrt{a}}{2a}\right)$时, $f'(x)<0$, $f(x)$单调递减; 当$x\in\left(\frac{\sqrt{a}}{2a},+\infty\right)$时,

$f'(x)>0$, $f(x)$单调递增.

综上所述,当$a\le 0$时, $f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递减;

当$a>0$时, $f(x)$在$\left(0,\frac{\sqrt{a}}{2a}\right)$上单调递减,在$\left(\frac{\sqrt{a}}{2a},+\infty\right)$上单调递增.

(2)令$s(x)=e^{x-1}-x$,则$s'(x)=e^{x-1}-1$.

当$x>1$时, $s'(x)>0$, $s(x)$单调递增, $s(x)>s(1)=0$,

所以$e^{x-1}>x$,从而$g(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{e^{x-1}}>0$.

注：令$s(x)=e^{x}-ex,x>1$也可以

(3)由(2)得,当$x>1$时,$g(x)>0$.

当$a\le 0$时,$x>1$时，$f(x)=2a\left(x^{2}-1\right)-\ln x<0<g(x)$,不符合题意。

当$0<a<\frac{1}{4}$时,$\frac{\sqrt{a}}{2a}=\frac{1}{\sqrt{4a}}>1$,由(1)得,当$x\in\left(1,\frac{\sqrt{a}}{2a}\right)$时,$f(x)<f(1)=0<g(x)$,不符合题意。

当$a\ge\frac{1}{4}$时,令$h(x)=f(x)-g(x),x>1$.当$x>1$时,

当$a\ge\frac{1}{4}$时,令$h(x)=f(x)-g(x),x>1$.

$h'(x)=4ax-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}-\frac{e}{e^{x}}$.

$>x-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}-\frac{1}{x}$

$>1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^{2}}-\frac{1}{x}$

$=\frac{(x-1)^{2}}{x^{2}}>0$

$h(x)$在区间$(1,+\infty)$上单调递增.

又因为$h(1)=0$,所以当$x>1$时,$h(x)=f(x)-g(x)>0$,即$f(x)>g(x)$恒成立.

综上,$a\in\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$.

精准练习

1【答案】解：(1) 当$a=-\frac{1}{2}$时，$f(x)=xlnx-\frac{1}{2}x^{2}$，$f'(x)=lnx-x+1(x>0)$，

设$g(x)=lnx-x+1$，$g'(x)=\frac{1-x}{x}(x>0)$，

令$g'(x)>0$，解得：$0<x<1$，令$g'(x)<0$，解得：$x>1$，

故$g(x)$在$(0,1)$递增，在$(1,+\infty)$递减，

故$g(x)\leqslant g$ (1) $=0$，故$f'(x)\leqslant 0$，故$f(x)$在$(0,+\infty)$递减；

(2) (Ⅰ) 依题意：$f'(x)=lnx+2ax+1=0$有两个不等实根x_1，$x_2(x_1<x_2)$，

设$g(x)=lnx+2ax+1$，则：$g'(x)=\frac{1}{x}+2a(x>0)$

①当 $a \geqslant 0$ 时：$g'(x)>0$，所以 $g(x)$ 是增函数，不符合题意；

②当 $a<0$ 时：由 $g'(x)=0$ 得：$x=-\dfrac{1}{2a}>0$

列表如下：

x	$(0,-\frac{1}{2a})$	$-\frac{1}{2a}$	$(-\frac{1}{2a}，+\infty)$
$g'(x)$	+	0	−
$g(x)$	↗	极大值	↘

依题意：$g(-\dfrac{1}{2a})=ln(-\dfrac{1}{2a})>0$，解得：$-\dfrac{1}{2}<a<0$，

综上所求：$-\dfrac{1}{2}<a<0$，得证；

（Ⅱ）由（Ⅰ）知：

$f'(\dfrac{1}{e})=g(\dfrac{1}{e})=-1+2a\dfrac{1}{e}+1<0$，

$f'(1)=g(1)=2a+1>0$，

故 $x_1\in(0,1)$，$x_1\in(\dfrac{1}{e}，1)$，

由（Ⅰ）知：$ax_1=\dfrac{-1-lnx_1}{2}$，

$\therefore f(x_1)=x_1lnx_1+ax_1^{\ 2}=\dfrac{1}{2}(x_1lnx_1-x_1)$，$(\dfrac{1}{e}<x_1<1)$，

设 $h(x)=\dfrac{1}{2}(xlnx-x)$，$(\dfrac{1}{e}<x<1)$，

则 $h'(x)=\dfrac{1}{2}lnx<0$ 成立，故 $h(x)$ 单调递减，

故 $h(1)<h(x)<h(\dfrac{1}{e})$，也就是：$-\dfrac{1}{2}<f(x_1)<-\dfrac{1}{e}$．

②【答案】解：（1）$\phi'(x)=\dfrac{1}{x}+a-\dfrac{a-1}{x^2}=\dfrac{[ax-(a-1)](x+1)}{x^2}(x>0)$

当 $a>1$ 时，由 $\phi'(x)>0$，解得 $x>\dfrac{a-1}{a}$；

当 $a=1$ 时，由 $\phi'(x)>0$，解得 $x>0$；

当 $0<a<1$ 时，由 $\phi'(x)>0$，解得 $x>0$；

当 $a=0$ 时，$\phi'(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}>0$，函数递增，

当 $a<0$ 时，由 $\phi'(x)>0$，解得 $0<x<\dfrac{a-1}{a}$；

综上所述，当 $0\leqslant a\leqslant 1$ 时，$\phi(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$；

当$a>1$时，$\phi(x)$的单调递增区间为$(\frac{a-1}{a}，+\infty)$；

当$a<0$时，$\phi(x)$的单调递增区间为$(0,\frac{a-1}{a})$；

（2）方法一：当$a=1$时，$f(x)=lnx$，$g(x)=x-3$，$h(x)=(x-3)lnx$，

$\therefore h'(x)=lnx+1-\frac{3}{x}$，$\because h''(x)=\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}>0$，$\therefore h'(x)$在$(0,+\infty)$单调递增，

$\because h'(\frac{3}{2})=ln\frac{3}{2}+1-2<0$，$h'$（2）$=ln2+1-\frac{3}{2}>0$，

所以存在唯一实数$x_0\in(\frac{3}{2}，2)$，使得$\therefore h'(x_0)=0$，即$lnx_0+1-\frac{3}{x_0}=0$，

$\therefore h(x)_{min}=h(x_0)=(x_0-3)lnx_0=(x_0-3)(\frac{3}{x_0-1})=6-(x_0+\frac{9}{x_0})$

记函数$r(x)=6-(x+\frac{9}{x})(\frac{3}{2}<x<2)$，则$r'(x)=-1+\frac{9}{x^2}=\frac{x^2-9}{x^2}<0$，

$\therefore r(x)$在$(\frac{3}{2}，2)$上单调递增，

所以$r(\frac{3}{2})<r(x0)<r$（2），即$r(\frac{3}{2})<r(x_0)<r$（2）．$\therefore 2\lambda\geqslant-\frac{3}{2}$，且$\lambda$为整数，得$\lambda\geqslant0$，

所以存在整数λ满足题意，且λ的最小值为0．

方法二：当$a=1$时，$f(x)=lnx$，$g(x)=x-3$，$h(x)=(x-3)lnx$，

由h（1）$=0$得，当$\lambda=0$时，不等式$2\lambda\geqslant h(x)$有解

下面证明：当$\lambda\leqslant-1$时，不等式$h(x)>2\lambda$恒成立，即证$(x-3)lnx>-2$恒成立．

显然，当$x\in(0，1]\bigcup[3，+\infty)$时，不等式恒成立．

只需证明当$x\in(1,3)$时，$(x-3)lnx>-2$恒成立．

即证明$lnx+\frac{2}{x-3}<0$，令$m(x)=lnx+\frac{2}{x-3}$，

$m'(x)=\frac{1}{x}-\frac{2}{(x-3)^2}=\frac{x^2-8x+9}{x(x-3)^2}$，

由$m'(x)=0$，得$x=4-\sqrt{7}$．

当$x\in(1,4-\sqrt{7})$时，$m'(x)>0$；当$x\in(4-\sqrt{7}，3)$时，$m'(x)<0$；

$\therefore m(x)_{max}=m(4-\sqrt{7})=ln(4-\sqrt{7})-\frac{1+\sqrt{7}}{3}<ln(4-2)-\frac{1+2}{3}=ln2-1<0$，

$\therefore$当$\lambda\leqslant-1$时；$h(x)>2\lambda$恒成立．

综上所述，存在整数λ满足题意，且λ的最小值为0．

↑ 增效减负 ↓
精准作业

只做你需要的，
发现问题解决问题。

重庆出版集团
重庆出版社
重庆市版权保护中心
西信天元分中心
Chongqing Copyright Protection Center
Southwest Information ToYou Sub-Center
天健互联网出版有限责任公司
TIANJIAN INTERNET PUBLISHING CO., LTD.
天元数据
TOYOU DATA